
Egzamin wstępny z matematyki do Liceum Ogólnokształcącego Przymierza Rodzin

2018

1. Oblicz $\frac{12 \cdot 1\frac{1}{3} - [1\frac{6}{15} \cdot \frac{21}{45} - (13 - 12\frac{16}{21}) \cdot (-4\frac{1}{5})]}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{7}{8}} =$

2. Podaj wszystkie rozwiązania równania

$$(x^2 + 4)x(2x - 5)(x^3 - 8) = 0$$

3. Narciarską trasę zjazdową ubijają trzy ratraki w ciągu 2 godzin. Ile czasu potrzeba na ubicie śniegu, jeżeli na trasę wyjedzie pięć ratraków?
4. a) Uzasadnij, że jeśli liczba jest podzielna przez 18 i przez 84, to jest podzielna przez 252.
b) Czy liczba $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 12$ jest podzielna przez 1024?
5. Średni wiek w pewnej sześciuosobowej grupie tematycznej na konferencji naukowej wynosił 49 lat. Najmłodszy uczestnik zrezygnował i wówczas średnia wieku wzrosła do 53 lat. Ile lat miał najmłodszy uczestnik?
6. Jeżeli Piotrek idzie bezpośrednio ze sklepu do domu, to droga zajmuje mu 15 minut. Dziś wracał jednak dłużej. Najpierw poświęcił $\frac{1}{5}$ czasu na rozmowę z przyjaciółmi, $\frac{3}{10}$ na oglądanie wystawy sklepowej, a 20 minut przyglądał się chłopcom grającym w siatkówkę. Jak długo Piotrek wracał do domu?
7. Pole koła o promieniu r_1 wynosi $9\sqrt{\pi}$, a pole koła o promieniu r_2 wynosi $4\sqrt{\pi}$. Wyznacz wartość $\frac{r_1}{r_2}$.

8. W kwadracie $ABCD$ poprowadzono z punktu A pod kątem 30° do boku AB półprostą przecinającą bok BC w punkcie P . Wyznacz długość odcinka AP , jeśli długość boku kwadratu wynosi $\sqrt[3]{5}$.
9. Jaś i Kasia obchodzą dziś urodziny i suma ich lat wynosi 28. Jaś ma dziś tyle lat, ile miała Kasia wtedy gdy Jaś miał dwa razy mniej lat, niż Kasia dzisiaj. Ile lat ma dziś Kasia, a ile Jaś?
10. W walec jest wpisana kula i stożek (podstawa walca jest taka sama jak podstawa stożka, a wierzchołek stożka leży na drugiej podstawie walca). Oceń, czy kula, czy stożek mają większą powierzchnię.
11. (*) Stożek S_1 ma tę samą wysokość, co stożek S_2 , ale kąt, jaki dzieli najbardziej rozwarte tworzące stożka S_1 jest dwukrotnie większy, niż analogiczny kąt dla stożka S_2 . Wykaż, że objętość stożka S_1 jest ponadczterokrotnie większa niż objętość stożka S_2 . *Uwaga: kąt, o którym mowa w zadaniu to kąt między tworzącymi zawartymi w płaszczyźnie zawierającej wysokość stożka.*
12. (*) Na prostej l są dane 4 punkty A, B, C, D leżące w tej właśnie kolejności. Wiadomo, że $|AB| = 1, |BC| = a, |CD| = b$. Wyznacz za pomocą jedynie cyrkla i linijki (bez podziałki) na prostej l taki punkt E , aby $|DE| = ab$. Opisz podaną konstrukcję i ją uzasadnij.